Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Факультет прикладної математики

Кафедра спеціалізованих комп’ютерних систем

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

**«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**Виконав: Перевірила:**

студент групи **КВ-02**

**Варіант № 03** доцент кафедри СКС

Голубовський Олег Ігорович \_\_\_\_\_\_\_\_ / Сапсай Т.Г. /

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ­­­­­­2011р.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1.03** | **2.03** | **3.03** | **4.03** | | **5.03** | **6.03** | **7.03** | **8.03** | **9.03** | **10.03** | **Σ** | |
| **Уточн.**  **умови** |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |
| **Бали** |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |

Київ 2011

**Завдання 01.03.**

Скільки тризначних чисел можна записати цифрами 0, 1, 2, 3, 4?

**Розв’язання:**

У нас є елементів

При утворенні числа ми повинні пам’ятати, що на першій позиції не може стояти цифра 0. Оскільки цифри в числі можуть повторюватись, ми маємо приклад розміщення з повторенням. Формула має вигляд: .

На другому і третьому місцях може стояти будь-яка з цифр, тому в цьому випадку ми матимемо справу з розміщенням з повторенням цифр по позиціях; на першому місці - з розміщенням з цифр по позиціях.

Загальна кількість тризначних чисел буде:

.

Підставивши числа отримаємо:

*.*

**Відповідь:** можна записати **100** тризначних числа.

**Завдання 02.03.**

До профкому вибрано 7 осіб. З них потрібно вибрати голову профкому та його заступника. Скількома способами це можна зробити?

**Розв’язання:**

Нехай n – позначимо кількість осіб профкому. Головою може стати будь-хто з групи, тоді голову профкому ми можемо обрати способами. Його заступника способами, оскільки після вибору голови у нас залишиться особа. За правилами добутку, кількість можливих варіантів обрання голови і заступника голови буде дорівнювати:

Підставивши числа отримаємо кількість комбінацій:

**Відповідь:** їх можна обрати **42** способами.

**Завдання 03.03.**

Винищувач атакує бомбардувальник і дає по ньому дві незалежні серії пострілів. Ймовірність збити бомбардувальник першою серією пострілів дорівнює 0.2, а другою – 0.3. Якщо бомбардувальник не збитий, то він розпочинає обстріл винищувача і збиває його з ймовірністю 0.25. Знайти ймовірність того, що в результаті повітряного бою буде збитий бомбардувальник або винищувач.

**Розв’язання:**

Позначимо імовірність збити бомбардувальник першою серією , другою серією – ; відповідно імовірність того, що бомбардувальник не буде збитий першою серією, не буде збитий другою серією. Імовірність бомбардувальника збити винищувач позначимо , імовірність промаху – . Нехай – подія, бомбардувальник збитий першою серією; – бомбардувальник збитий другою серією; ***A –*** подія, збитий бомбардувальник; ***В*** – збитий винищувач.

Подія можлива за умови, що не відбулась подія **,** шанс збити першою серією: . Подія можлива за умови, що не відбулась подія, шанс збити другою серією: . Подія ***A*** можлива за умови, що відбулась лише **одна** з подій або : . Подія ***В*** можлива за умови, що обидві серії не попали, а бомбардувальник попадає по винищувачу під час обстрілу: .

Підставивши числа:

.

.

**Відповідь:** шанс збити бомбардувальник ***Р(А)=0,38****,* шанс збити винищувач ***Р(В)=0,14****.*

**Завдання 04.03.**

У групі з 20 студентів, що прийшли на екзамен, вісім підготовленні відмінно, шість – добре, чотири – задовільно і два – погано. Є 40 білетів. Студент, який підготувався на відмінно може відповісти на всі білети, добре – на 35, задовільно – на 25, погано – на 10 білетів. Один із студентів відповів на всі питання в білеті. Знайти ймовірність того, що цей студент підготовлений: а)добре; б)погано.

**Розв’язання:**

*A –* подія, студент відповів на усі питання; – подія, відповідав добре підготовлений студент;  *–* подія, відповідав погано підготовлений студент, ***N*** *–* загальна кількість студентів у групі, – кількість добре підготовлених студентів, – кількість погано підготовлених студентів. Імовірність того, що відповідав добре підготовлений студент , імовірність того, що відповідав погано підготовлений студент . Розв’язок шукатимемо за формулою Байєса: .

Пдставивши числа:

.

.

**Відповідь:** імовірність того, що відповідав добре підготовлений студент – **0,2542;** погано підготовлений – **0,0339.**

**Завдання 05.03.**

Прилад, що складається з n блоків, виходить з ладу, якщо виходять з ладу всі блоки. Блоки виходять з ладу незалежно один від одного. Надійність кожного блоку дорівнює р. Обчислити надійність приладу.

**Розв’язання:**

Надійність приладу – це імовірність його безперебійної роботи. Позначимо *А –* подія, прилад працює. Позначимо  *–* імовірність поломки одного з блоків.Оскільки блоки незалежні один від одного, то прилад складається з *n* блоків, з’єднаних паралельно. Прилад вийде з ладу у разі виходу з ладу кожного із блоків. Отже, імовірність справної роботи обчислюватимемо за формулою .

Для , формула набуде вигляду .

**Відповідь:** надійність роботи такого прилада становитиме .

**Завдання 06.03.**

Знайти математичне сподівання, дисперсію та, середнє квадратичне відхилення, початкові моменти 1-го та 2-го порядків, центральний момент 2-го та порядку дискретної випадкової величини *Х,* заданої законом розподілу (задані всі можливі значення випадкової величини):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **3** | *X* | 1 | 3 | 4 | 5 |
| *P* | 0,13 | 0,22 | 0,41 | 0,24 |

**Розв’язання:**

.

Математичне сподівання: *.*

Дисперсія: .

Середнє квадратичне відхилення: .

Початковий момент 1-го порядку: .

Початковий момент 2-го порядку: .

Центральний момент 2-го порядку: .

Підставивши числа отримаємо **відповідь:**

Мат. сподівання **.**

Дисперсія: **.**

Середнє квадратичне відхилення: **.**

Початковий момент 1-го порядку: **.**

Початковий момент 2-го порядку: .

Центральний момент 2-го порядку: **.**

**Завдання 07.03.**

Нехай ξ - випадкова величина, яка набуває значень 0, ±1, …, ±n з ймовірностями

P{ξ = *i*} = 1 / (2n+1)

Обчислити M(ξ); D(ξ).

**Розв’язання:**

У завданні випадкова величина має рівномірний розподіл. При рівномірному розподілі математичне сподівання: ; оскільки *p=const,* формула прийме вигляд: .

дисперсія: .

Початковий момент другого порядку:

Підставивши значення:

**Відповідь:** математичне сподівання = **0**, дисперсія =**.**

**Завдання 08.03.**

Знайти дисперсію за даними розподілу вибірки:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 1250 | 1275 | 1280 | 1300 |
| *ni* | 20 | 25 | 50 | 5 |

**Розв’язання:**

Значення дисперсії за даними розподілу вибірки ми знаходитимемо за формулою:

**;**

Підставивши значення: **.**

**Відповідь:** дисперсія = **167,19.**

**Завдання 09.03.**

***Статистика***

1. Побудувати таблицю статистичного розподілу.
2. Побудувати гістограму щільності відносної частоти.
3. Обчислити початкові емпіричний моменти 1-го та 2-го порядків, центральний емпіричний момент третього порядку.
4. Найти моду та медіану.

3.33 **0.18** 1.52 0.99 0.38 1.74 2.78 **0.23** 2.20 0.67

2.19 1.46 1.03 2.09 1.38 2.83 1.81 3.53 **-0.47** 1.25

1.61 3.36 2.41 0.21 1.27 2.29 1.73 1.01 1.49 1.21

**0.22** 2.67 2.28 3.19 1.62 2.28 0.98 1.88 2.38 1.54

2.18 2.41 2.41 4.29 3.58 **-0.27** 0.83 2.88 2.21 1.16

0.86 2.85 3.07 1.36 1.33 1.95 3.96 0.67 1.02 0.85

1.96 1.61 0.64 2.46 2.56 1.90 2.88 2.45 3.42 1.23

2.62 3.05 2.64 2.59 2.60 1.28 1.90 1.97 2.85 0.84

1.94 2.28 3.09 4.17 2.02 1.82 1.84 1.97 1.66 1.86

2.40 2.01 2.41 2.47 2.99 2.67 3.47 3.38 3.94 3.54

**Розв’язання:**

Таблиця статистичного розподілу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |  |  |  |
| -0,47 | | 1 | 0,01 | 0,67 | 2 | 0,01 |
| -0,27 | | 1 | 0,01 | 0,83 | 1 | 0,01 |
| 0,18 | | 1 | 0,01 | 0,84 | 1 | 0,01 |
| 0,21 | | 1 | 0,01 | 0,85 | 1 | 0,01 |
| 0,22 | | 1 | 0,01 | 0,86 | 1 | 0,01 |
| 0,23 | | 1 | 0,01 | 0,98 | 1 | 0,01 |
| 0,38 | | 1 | 0,01 | 0,99 | 1 | 0,01 |
| 0,64 | | 1 | 0,01 | 1,01 | 1 | 0,01 |
|  | |  |  | 1,02 | 1 | 0,01 |
|  | |  |  |  |  |  |
| 1,03 | 1 | 0,01 | 2,01 | 1 | 0,01 |
| 1,16 | 1 | 0,01 | 2,02 | 1 | 0,01 |
| 1,21 | 1 | 0,01 | 2,09 | 1 | 0,01 |
| 1,23 | 1 | 0,01 | 2,18 | 1 | 0,01 |
| 1,25 | 1 | 0,01 | 2,19 | 1 | 0,01 |
| 1,27 | 1 | 0,01 | 2,20 | 1 | 0,01 |
| 1,28 | 1 | 0,01 | 2,21 | 1 | 0,01 |
| 1,33 | 1 | 0,01 | 2,28 | 3 | 0,03 |
| 1,36 | 1 | 0,01 | 2,29 | 1 | 0,01 |
| 1,38 | 1 | 0,01 | 2,38 | 1 | 0,01 |
| 1,46 | 1 | 0,01 | 2,40 | 1 | 0,01 |
| 1,49 | 1 | 0,01 | 2,41 | 4 | 0,04 |
| 1,52 | 1 | 0,01 | 2,45 | 1 | 0,01 |
| 1,54 | 1 | 0,01 | 2,46 | 1 | 0,01 |
| 1,61 | 2 | 0,02 | 2,47 | 1 | 0,01 |
| 1,62 | 1 | 0,01 | 2,56 | 1 | 0,01 |
| 1,66 | 1 | 0,01 | 2,59 | 1 | 0,01 |
| 1,73 | 1 | 0,01 | 2,60 | 1 | 0,01 |
| 1,74 | 1 | 0,01 | 2,62 | 1 | 0,01 |
| 1,81 | 1 | 0,01 | 2,64 | 1 | 0,01 |
| 1,82 | 1 | 0,01 | 2,67 | 2 | 0,02 |
| 1,84 | 1 | 0,01 | 2,78 | 1 | 0,01 |
| 1,86 | 1 | 0,01 | 2,83 | 1 | 0,01 |
| 1,88 | 1 | 0,01 | 2,85 | 2 | 0,02 |
| 1,90 | 2 | 0,02 | 2,88 | 2 | 0,02 |
| 1,94 | 1 | 0,01 | 2,99 | 1 | 0,01 |
| 1,95 | 1 | 0,01 | 3,05 | 1 | 0,01 |
| 1,96 | 1 | 0,01 | 3,07 | 1 | 0,01 |
| 1,97 | 2 | 0,02 |  | 3,09 | 1 | 0,01 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 3,19 | 1 | 0,01 | 3,53 | 1 | 0,01 |
| 3,33 | 1 | 0,01 | 3,54 | 1 | 0,01 |
| 3,36 | 1 | 0,01 | 3,58 | 1 | 0,01 |
| 3,38 | 1 | 0,01 | 3,94 | 1 | 0,01 |
| 3,42 | 1 | 0,01 | 3,96 | 1 | 0,01 |
| 3,47 | 1 | 0,01 | 4,17 | 1 | 0,01 |
|  |  |  | 4,29 | 1 | 0,01 |

Побудова гістограми:

Розмір інтервалу при кількості класів N=7: .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| *-0,47-0,21* | *3* | *0,03* | *0,0441* |
| *0,21-0,89* | *11* | *0,11* | *0,1617* |
| *0,89-1,57* | *18* | *0,18* | *0,2647* |
| *1,57-2,25* | *25* | *0,25* | *0,3676* |
| *2,25-2,93* | *26* | *0,26* | *0,3823* |
| *2,93-3,61* | *13* | *0,13* | *0,1912* |
| *3,61-4,29* | *4* | *0,04* | *0,5882* |

Гістограма щільності відносної частоти:

Початкові емпіричний моменти 1-го та 2-го порядків, центральний емпіричний момент третього порядку обчислюються за формулами:

; = ;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| *-0,26* | *-0,13* | *0,03* |
| *1,10* | *0,55* | *0,11* |
| *2,46* | *1,23* | *0,18* |
| *3,82* | *1,91* | *0,25* |
| *5,18* | *2,59* | *0,26* |
| *6,54* | *3,27* | *0,13* |
| *7,90* | *3,95* | *0,04* |

Підставивши значення:

.

.

.

Медіана – середнє арифметичне двох центральних елементів (50-го та 51-го):

Me = = = 1.995

Мода: = 2,41. Вибірка є моно модальною.

**Відповідь:** початковий емпіричний момент 1-го порядку = **2,012;** 2-го порядку = **4,9764;** центральний емпіричний момент 3-го порядку = **0,12475;**

Медіана = **1,995;** мода = **2,41.**

**Завдання 10.03.**

Скласти та розв‘язати задачу за тематикою спеціальності з використанням теоретичного матеріалу (формул), які не використовувались в завданнях варіанту.